

Практическая работа № 6
Вычисление неопределённого интеграла непосредственным интегрированием,
методом подстановки

Цель: проверить знание определения неопределённого интеграла, его свойства, табличные интегралы; формулы интегрирования при помощи замены переменной, умения вычислять неопределённые интегралы методом замены переменной.

Задание:

1. Найти неопределённые интегралы

1.

- | | | |
|--|---|---|
| 1.1. $\int x^3(3x+1)^2 dx$ | 1.11. $\int 4x^2(4x+2)^2 dx$ | 1.21. $\int 3\sqrt{x}(2-3x)^2 dx$ |
| 1.2. $\int -2\sqrt{x}(4-3x)^2 dx$ | 1.12. $\int \frac{x^2 - 3x^3 + 2x^7}{x} dx$ | 1.22. $\int \frac{2x^3 + 3x^4 - 5x^6}{x^2} dx$ |
| 1.3. $\int \frac{4x^3 + x^4 - 8x^5}{x^3} dx$ | 1.13. $\int \frac{7x^4 - 4x^4 + 6x^4}{x^2} dx$ | 1.23. $\int \frac{x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{4}{7}} - x^{\frac{1}{2}}}{x} dx$ |
| 1.4. $\int \frac{x^{\frac{1}{4}} - x^{\frac{3}{7}} - x^{\frac{1}{3}}}{x} dx$ | 1.14. $\int \frac{x^{\frac{3}{4}} - x^{\frac{3}{5}} + x^{\frac{2}{3}}}{x} dx$ | 1.24. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[4]{x^5} - \sqrt{x}}{x} dx$ |
| 1.5. $\int \frac{\sqrt[5]{x^2} + \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x}}{x} dx$ | 1.15. $\int \frac{3\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{x} dx$ | 1.25. $\int \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ |
| 1.6. $\int \frac{1}{\sqrt{3-x^2}} dx$ | 1.16. $\int \frac{3}{\sqrt{4-4x^2}} dx$ | 1.26. $\int \frac{3}{\sqrt{x^2+4}} dx$ |
| 1.7. $\int \frac{3}{1+x^2} dx$ | 1.17. $\int \frac{5}{25+x^2} dx$ | 1.27. $\int \frac{2}{2+3x^2} dx$ |
| 1.8. $\int \left(e^x + 2x - 4^x + 3x^{\frac{1}{2}} \right) dx$; | 1.18. $\int \left(\frac{2}{x} + 8e^x + 5^x - x^{-\frac{2}{3}} \right) dx$; | 1.28. $\int \frac{2\sin^3 x + 3}{\sin^2 x} dx$ |
| 1.9. $\int \frac{2\cos^3 x + 5}{\cos^2 x} dx$ | 1.19. $\int \frac{2\cos^2 x - 4}{\cos^2 x} dx$ | 1.29. $\int \frac{1 + 3\cos^2 x}{\cos^2 x} dx$ |
| 1.10. $\int \frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2} - 6 \cos x dx$ | 1.20. $\int \frac{1}{2} \sin x + \sqrt[4]{x^7} dx$ | 1.30. $\int (1-x)(2-\sqrt{x}) dx$ |

2.

- | | | |
|--|---|------------------------------------|
| 2.1. $\int \frac{\sqrt{3}}{9x^2 - 3} dx$ | 2.11. $\int \frac{1}{\sqrt{5x^2 + 3}} dx$ | 2.21. $\int \frac{1}{3x^2 - 2} dx$ |
| 2.2. $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2 + 3}} dx$ | 2.12. $\int \frac{1}{\sqrt{4-7x^2}} dx$ | 2.22. $\int \frac{1}{4x^2 + 3} dx$ |

2.3. $\int \frac{1}{9x^2 + 3} dx$

2.4. $\int \frac{9}{\sqrt{9x^2 - 3}} dx$

2.5. $\int \frac{1}{\sqrt{3-9x^2}} dx$

2.6. $\int \frac{1}{7x^2 - 4} dx$

2.7. $\int \frac{3}{\sqrt{7x^2 - 4}} dx$

2.8. $\int \frac{1}{5x^2 + 3} dx$

2.9. $\int \frac{1}{5x^2 - 3} dx$

2.10. $\int \frac{1}{\sqrt{3-5x^2}} dx$

2.13. $\int \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3-4x^2}} dx$

2.14. $\int \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 9}} dx$

2.15. $\int \frac{1}{2x^2 + 7} dx$

2.16. $\int \frac{1}{\sqrt{3x^2 + 1}} dx$

2.17. $\int \frac{1}{3x^2 + 2} dx$

2.18. $\int \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7-2x^2}} dx$

2.19. $\int \frac{\sqrt{14}}{2x^2 - 7} dx$

2.20. $\int \frac{1}{8x^2 + 9} dx$

2.23. $\int \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 3}} dx$

2.24. $\int \frac{1}{\sqrt{3-4x^2}} dx$

2.25. $\int \frac{1}{4x^2 - 3} dx$

2.26. $\int \frac{2}{4+3x^2} dx$

2.27. $\int \frac{2}{\sqrt{4x^2 - 3}} dx$

2.28. $\int \frac{1}{4x^2 + 7} dx$

2.29. $\int \frac{1}{8x^2 - 9} dx$

2.30. $\int \frac{1}{\sqrt{9-8x^2}} dx$

3.

3.1. $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}$

3.2. $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[3]{\ln^2(x+1)}}$

3.3. $\int \frac{dx}{(1-x)\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}$

3.4. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{(1-x)} dx$

3.5. $\int \frac{\sqrt[5]{\ln^2(1+x)}}{(1+x)} dx$

3.6. $\int \frac{\sqrt[7]{\ln^2(1+x)}}{(1+x)} dx$

3.7. $\int \frac{\sqrt{\ln^5(1+x)}}{(1+x)} dx$

3.8. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln(1+3x)}}{(1+3x)} dx$

3.9. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(3+x)}}{(3+x)} dx$

3.10. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^4(x-5)}}{(x-5)} dx$

3.11. $\int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{\ln^3(1-x)}}$

3.12. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(1+x)}}{(1+x)} dx$

3.13. $\int \frac{\sqrt{\ln(2x-1)}}{(2x-1)} dx$

3.14. $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt[3]{\ln(x+1)}}$

3.15. $\int \frac{\sqrt{\ln^3(6+x)}}{(6+x)} dx$

3.16. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln(x+4)}}{(x+4)} dx$

3.17. $\int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{\ln(x+2)}}$

3.18. $\int \frac{\sqrt{\ln^7(1+x)}}{(1+x)} dx$

3.19. $\int \frac{\ln^3(1-x)}{(1-x)} dx$

3.20. $\int \frac{\ln^3(x-5)}{(x-5)} dx$

3.21. $\int \frac{\ln^7(x-7)}{(x-7)} dx$

3.22. $\int \frac{\ln^5(x-8)}{(x-8)} dx$

3.23. $\int \frac{\ln^6(x+9)}{(x+9)} dx$

3.24. $\int \frac{\ln(3x+5)}{(3x+5)} dx$

3.25. $\int \frac{\ln^4(3x+1)}{(3x+1)} dx$

3.26. $\int \frac{dx}{(x+1)\ln^2(x+1)}$

3.27. $\int \frac{dx}{(x-3)\ln^4(x-3)}$

3.28. $\int \frac{dx}{(x+3)\ln^4(x+3)}$

3.29. $\int \frac{dx}{(x-4)\ln^5(x-4)}$

3.30. $\int \frac{dx}{(x+5)\ln^3(x+5)}$

- | | | |
|---|--|---|
| 4.1. $\int \sin^4 2x \cdot \cos 2x dx$ | 4.11. $\int \frac{\cos x}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}} dx$ | 4.21. $\int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx$ |
| 4.2. $\int \cos^7 2x \cdot \sin 2x dx$ | 4.12. $\int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos 5x}} dx$ | 4.22. $\int \frac{\cos 4x}{\sin^3 4x} dx$ |
| 4.3. $\int \sin^3 4x \cdot \cos 4x dx$ | 4.13. $\int \sqrt[3]{\cos 2x} \cdot \sin 2x dx$ | 4.23. $\int \sqrt{\cos^3 2x} \cdot \sin 2x dx$ |
| 4.4. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx$ | 4.14. $\int \sin^3 5x \cdot \cos 5x dx$ | 4.24. $\int \frac{\sin 5x}{\cos^4 5x} dx$ |
| 4.5. $\int \frac{\sin 3x}{\cos^4 3x} dx$ | 4.15. $\int \frac{\cos 5x}{\sqrt{\sin^3 5x}} dx$ | 4.25. $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos^2 4x}} dx$ |
| 4.6. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x}} dx$ | 4.16. $\int \sqrt{\cos 7x} \cdot \sin 7x dx$ | 4.26. $\int \sin^6 3x \cdot \cos 3x dx$ |
| 4.7. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx$ | 4.17. $\int \sqrt{\cos^3 2x} \cdot \sin 2x dx$ | 4.27. $\int \sin^4 8x \cdot \cos 8x dx$ |
| 4.8. $\int \frac{\cos x}{3 - \sin x} dx$ | 4.18. $\int \frac{\cos 6x}{\sin^7 6x} dx$ | 4.28. $\int \sin^5 4x \cdot \cos 4x dx$ |
| 4.9. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x + 3}} dx$ | 4.19. $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos 4x}} dx$ | 4.29. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{\cos^4 2x}} dx$ |
| 4.10. $\int \frac{\sin x}{\sqrt[3]{\cos x + 1}} dx$ | 4.20. $\int \frac{\cos 6x}{\sin^4 6x} dx$ | 4.30. $\int \frac{\cos 6x}{\sqrt{\sin^3 6x}} dx$ |

5.

- | | | |
|--|---|--|
| 5.1. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^6 3x}}{1+9x^2} dx$ | 5.11. $\int \frac{\operatorname{arctg}^7 3x}{1+9x^2} dx$ | 5.20. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\sqrt{\operatorname{arctg} x}}$ |
| 5.2. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^2 x}}{1+x^2} dx$ | 5.12. $\int \frac{\arccos^6 3x}{1+9x^2} dx$ | 5.22. $\int \frac{dx}{(1+x^2)\operatorname{arctg}^5 x}$ |
| 5.3. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}^3 x}}{1+x^2} dx$ | 5.13. $\int \frac{\arcsin^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ | 5.23. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}\arcsin^4 x}$ |
| 5.4. $\int \frac{\sqrt[3]{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 5.14. $\int \frac{\arcsin^4 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 5.24. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$ |
| 5.5. $\int \frac{\sqrt[3]{\arccos^2 x}}{\sqrt{1+x^2}} dx$ | 5.15. $\int \frac{\arccos 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx$ | 5.23. $\int \frac{\sqrt[3]{\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ |
| 5.6. $\int \frac{\arccos^2 3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx$ | 5.16. $\int \frac{\arccos^7 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ | 5.26. $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-25x^2)}\arcsin 5x}$ |
| 5.7. $\int \frac{\arccos^3 x}{\sqrt{1-9x^2}} dx$ | 5.17. $\int \frac{\operatorname{arctg}^4 5x}{1+25x^2} dx$ | 5.27. $\int \frac{\operatorname{arctg}^8 3x}{1+9x^2} dx$ |
| 5.8. $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 2x}{1+4x^2} dx$ | 5.18. $\int \frac{\arcsin^2 5x}{\sqrt{1-25x^2}} dx$ | 5.12. $\int \frac{\arccos^2 7x}{\sqrt{1-49x^2}} dx$ |

5.9. $\int \frac{\arcsin^5 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

5.19. $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctg^3 x} dx$

5.29. $\int \frac{\sqrt[5]{\arctg^3 x}}{1+x^2} dx$

5.10. $\int \frac{\arccos^3 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$

5.20. $\int \frac{1}{(1+x^2)\arctg^7 x} dx$

5.30. $\int \frac{\arctg^4 8x}{1+64x^2} dx$

6.

6.1. $\int \frac{x-1}{7x^2+4} dx$

6.11. $\int \frac{x-1}{5-2x^2} dx$

6.21. $\int \frac{2x+3}{1-3x^2} dx$

6.2. $\int \frac{1-2x}{5x^2-1} dx$

6.12. $\int \frac{2x+3}{5x^2+2} dx$

6.22. $\int \frac{x-3}{4x^2+1} dx$

6.3. $\int \frac{2x+1}{5x^2+1} dx$

6.13. $\int \frac{x-3}{1-4x^2} dx$

6.23. $\int \frac{3x-1}{4-x^2} dx$

6.4. $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+4}} dx$

6.14. $\int \frac{5x-2}{x^2+9} dx$

6.24. $\int \frac{2x+5}{\sqrt{5x^2+1}} dx$

6.5. $\int \frac{3x-2}{2x^2+7} dx$

6.15. $\int \frac{1-2x}{\sqrt{3x^2+2}} dx$

6.25. $\int \frac{2x-4}{x^2+16} dx$

6.6. $\int \frac{5-x}{3x^2+1} dx$

6.16. $\int \frac{2x-3}{\sqrt{4-x^2}} dx$

6.26. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{5-3x^2}} dx$

6.7. $\int \frac{x+5}{3x^2+1} dx$

6.17. $\int \frac{3x+4}{5-2x^2} dx$

6.27. $\int \frac{3x-3}{\sqrt{1-x^2}} dx$

6.8. $\int \frac{2x-5}{\sqrt{7x^2+3}} dx$

6.18. $\int \frac{5x+2}{\sqrt{x^2+9}} dx$

6.28. $\int \frac{3-2x}{x^2-8} dx$

6.9. $\int \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+9}} dx$

6.19. $\int \frac{x-5}{8-4x^2} dx$

6.29. $\int \frac{x+4}{7x^2+3} dx$

6.10. $\int \frac{3x-2}{3x^2+1} dx$

6.20. $\int \frac{3x+2}{\sqrt{2x^2-1}} dx$

6.30. $\int \frac{x-5}{\sqrt{4-9x^2}} dx$

7.

7.1. $\int \frac{\sin x dx}{1+\cos^2 x}$

7.11. $\int \sin^2 x \cdot \cos x dx$

7.21. $\int x^2 \sin x^3 dx$

7.2. $\int \sqrt[3]{(1+2x)^2} dx$

7.12. $\int \sqrt[5]{(7-3x)^2} dx$

7.22. $\int \sqrt[4]{(1-4x)^3} dx$

7.3. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{(1-4x)^3}} dx$

7.13. $\int \frac{1}{\sqrt[4]{(2+5x)}} dx$

7.23. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{(1-6x)^2}} dx$

7.4. $\int (8x+5)^{10} dx$

7.14. $\int 2(3x-5)^5 dx$

7.24. $\int 3(5x-8)^4 dx$

7.5. $\int \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

7.15. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2+x^3}} dx$

7.25. $\int \frac{x^3}{\sqrt{2-x^4}} dx$

7.6. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

7.16. $\int x^2 \cos(4-x^3) dx$

7.26. $\int x^2 \cos(x^3+5) dx$

7.7. $\int x^3 \sin 3x^4 dx$

7.17. $\int x^2 \sin 2x^3 dx$

7.27. $\int \frac{\sin 3x}{2 + \cos 3x} dx$

7.8. $\int \frac{\sin 2x}{1 - \cos 2x} dx$

7.18. $\int (2x^3 + 1)^4 x^2 dx$

7.28. $\int (3x^3 - 1)^5 x^2 dx$

7.9. $\int (2x^3 + 1)^4 x^2 dx$

7.19. $\int e^{-3x^2+1} \cdot x dx$

7.29. $\int e^{x^3+1} \cdot x^2 dx$

7.10. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

7.20. $\int \frac{e^x}{(e^x + 1)} dx$

7.30. $\int \frac{e^{3x}}{(e^{3x} - 1)} dx$

Задания 8

Найти интегралы методом интегрирования по частям

1. $\int x \cos 6x dx$

11. $\int x \cos (x - 7) dx$

1.21. $\int \arctg \frac{x}{5} dx$

2. $\int x \sin (x - 5) dx$

12. $\int \ln (x + 12) dx$

22. $\int \arcsin \frac{x}{5} dx$

3. $\int \arcsin 3x dx$

13. $\int (x - 4) e^x dx$

23. $\int \arccos 2x dx$

4. $\int \arctg 8x dx$

14. $\int x e^{-6x} dx$

1.24. $\int \ln (2x - 1) dx$

5. $\int x \sin (x - 2) dx$

15. $\int \arctg 7x dx$

1.25. $\int \ln (2x + 3) dx$

6. $\int \arcsin 8x dx$

1.16. $\int \arcsin 5x dx$

1.26. $\int \arccos \frac{x}{5} dx$

7. $\int x \sin (x + 3) dx$

1.17. $\int \ln (x - 7) dx$

1.27. $\int \arctg \frac{x}{4} dx$

8. $\int x \cos (x + 4) dx$

1.18. $\int x \cos (x + 6) dx$

1.28. $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$

9. $\int \arccos 7x dx$

1.19. $\int \arctg \frac{x}{2} dx$

1.29. $\int \arctg 6x dx$

10. $\int \ln (2x - 4) dx$

1.20. $\int \ln (x + 8) dx$

1.30. $\int \arccos \frac{x}{3} dx$

Контрольные вопросы

1. Таблица неопределенных интегралов.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Непосредственное интегрирование.
4. Интегрирование заменой переменной.
5. Какие интегралы находятся методом по частям?
6. Алгоритм решения методом по частям